

IEEM: Presentación Matemática

Martín Cicowiez
(CEDLAS-UNLP y RMGEO)

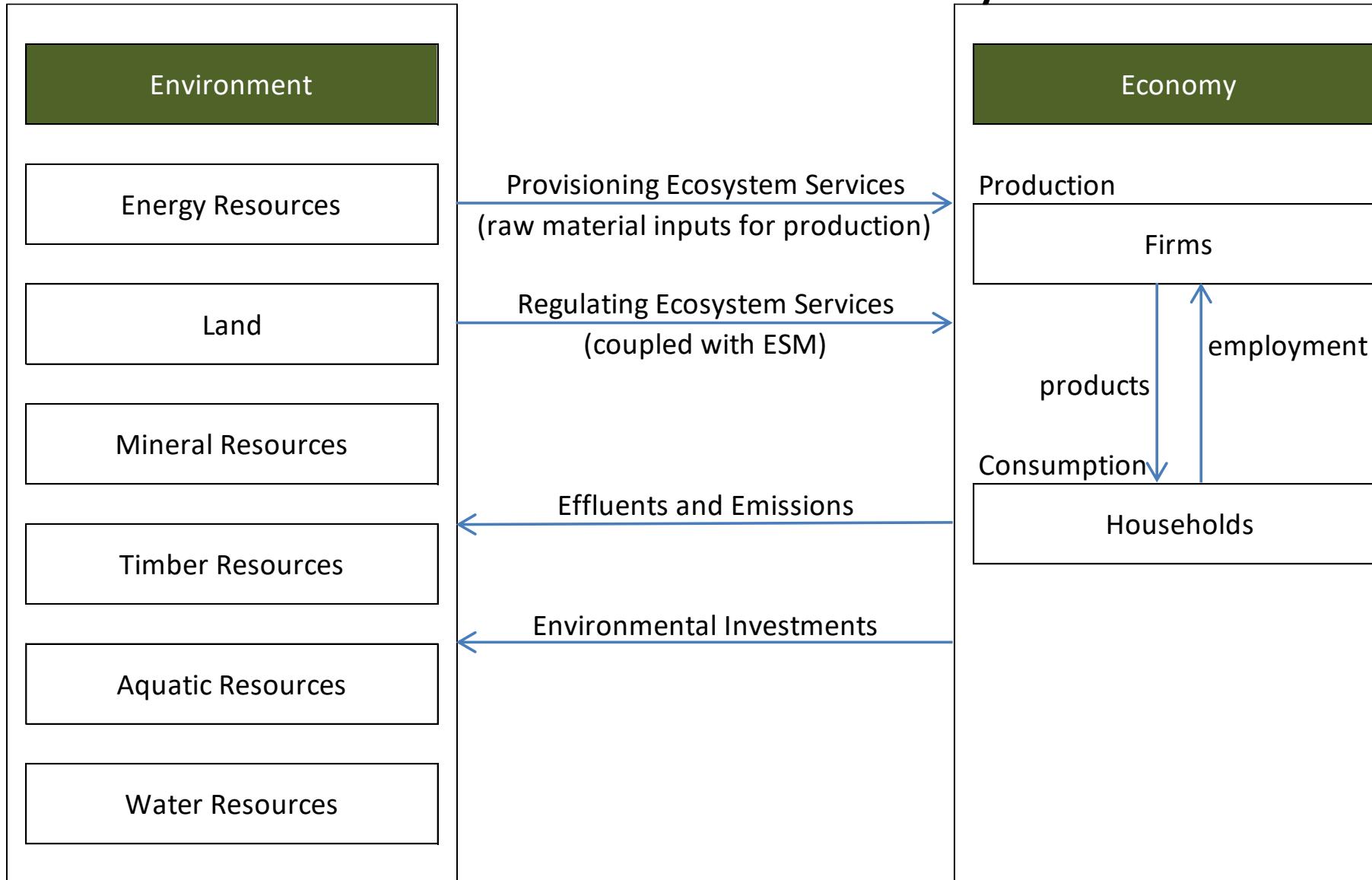
Onil Banerjee
(RMGEO)

Banco Central de Chile
Santiago de Chile, Mayo, 2-5, 2023

Introducción

- IEEM (Integrated Economic-Environmental Modelling) se desarrolló en el Banco Interamericano de Desarrollo como proyecto liderado por Onil Banerjee
 - modelo de EGC vinculado con modelos de LULC y Servicios Ecosistémicos
 - captura la relación bilateral entre economía y ambiente; actividad económica depende del ambiente, como fuente de insumos y como destino de emisiones y residuos
 - inicialmente, calibrado con SCAE (Sistema de Contabilidad Ambiental y Económica)
 - hace innecesaria la construcción de una base de datos combinando diferentes fuentes de información – usualmente no consistentes.
- IEEM puede emplearse para simular varios tipos de shocks/políticas, incluyendo
 - consumo público
 - inversión
 - impuestos y subsidios
 - precios mundiales
 - productividad total de los factores
 - ofertas factoriales

Interacciones Economía y Ambiente



Presentación Discursiva IEEM

- Es un modelo de EGC que considera a la economía en su conjunto; identifica vínculos entre producción, ingresos, hogares, gobierno (ingresos y gastos), y transacciones con el resto del mundo (e.g., comercio, remesas, IED, etc.). Además, considera interacción entre economía y ambiente.
- En cada período, productores y consumidores toman decisiones “óptimas” (maximización de beneficios y utilidad, respectivamente); el gobierno implementa políticas a través de sus ingresos y gastos.
- Los agentes económicos respetan sus restricciones presupuestarias: ingresos y gastos se igualan; para el país y su relación con el RdM, la restricción presupuestaria es la balanza de pagos.
- En general, mercados (bienes, servicios, y factores) se equilibran con precios flexibles; en el mercado de trabajo puede existir desempleo/subempleo.
- En el tiempo, la economía crece por crecimiento de población, oferta de trabajo, stocks de capital privado y público, y productividad (total) de los factores.

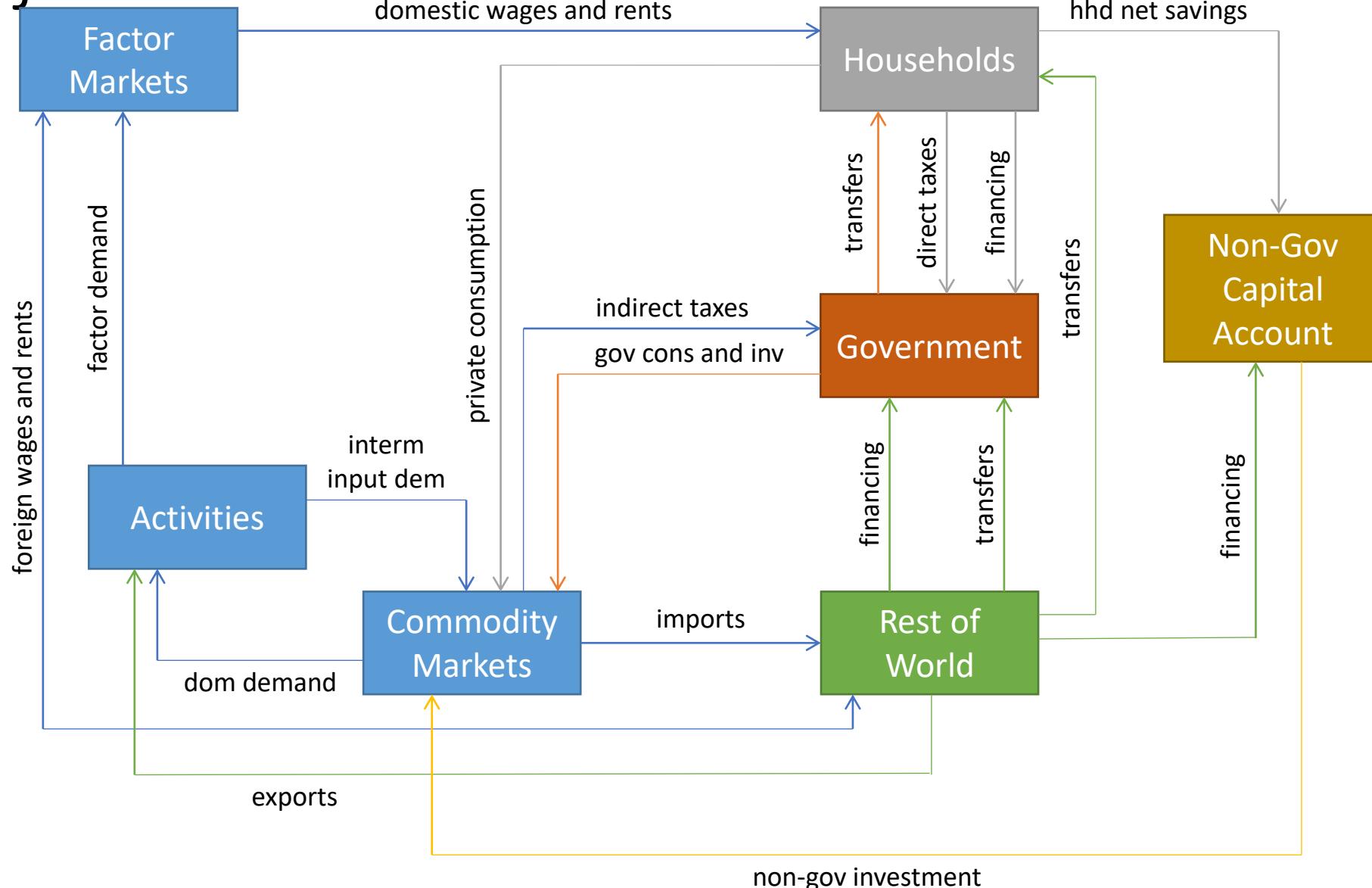
Descripción Modelo

- IEEM es dinámico recursivo; es decir, se supone que los agentes son miopes – las expectativas son estacionarias; no optimizan de manera inter-temporal.
- En consecuencia, el modelo puede separarse en
 - ecuaciones intra-período
 - ecuaciones inter-período
- El modelo puede utilizarse como dinámico recursivo o como estático
 - se facilita el mantenimiento y/o extensión

Descripción Modelo – cont.

- La figura siguiente resume el flujo de pagos que IEEM captura en un año dado. Los principales componentes son
 - actividades (productores)
 - instituciones: hogares, empresas, gobierno, resto del mundo
 - mercados: factores, bienes y servicios
 - medio ambiente
- A excepción del RdM, todos los componentes del modelo suelen desagregarse – dependiendo de los datos disponibles.

El Flujo Circular de la Renta – Intra Período



MCS Chile 2016 (PIB%)

Notación

- **Variables endógenas** = letras mayúsculas latinas. [$QA_{a,t}$]
- **Variables exógenas** = letras mayúsculas latinas con una barra arriba. [\overline{NFFG}_t]
- **Parámetros** = letras minúsculas latinas o griegas. [$ta_{a,t}, \beta_{c,h}$]
- **Elemento de conjunto o set** = letras minúsculas latinas como subíndices de variables y parámetros.

Conjuntos o Sets (= dimensiones para variables, parámetros y ecuaciones)

- $t \in T$ = time periods (simulation years)
- $a \in A$ = activities
- $c \in C$ = commodities (products)
- $c \in CT(\subset C)$ = transaction (or distribution) commodities
- $f \in F$ = factors of production
- $f \in FVA(\subset F)$ = factors that earn value added (in SAM)
- $f \in FCAP(\subset F)$ = capital factors
- $f \in FCAPG(\subset FCAP, \not\subset FVA)$ = government capital factors (do not earn value-added)
- $f \in FCAPNG(\subset FCAP, \subset FVA)$ = non-government capital factors (earn value-added)
- $f \in FUEND(\subset FVA)$ = factors with endogenous unemployment rate
- $i \in INS$ = institutions
- $i \in INSD(\subset INS)$ = domestic institutions
- $i \in INSDNG(\subset INSD)$ = domestic non-government institutions
- $h \in H(\subset INSDNG)$ = households

Variables

CPI_t	consumer price index
$DKA_{f,a,t}$	change in capital stock f allocated to activity a
$DKINS_{i,f,t}$	investment by institution i (in INS) in capital stock f
DPI_t	domestic producer price index (PDS-based)
EG_t	total current government expenditure
$EH_{h,t}$	consumption expenditure for household h
EXR_t	exchange rate (local currency per unit of foreign currency)
$INV_{i,t}$	value of investment (including stock change) for institution i (in INSNG)
$INVG_t$	value of investment (including stock change) for government
$MPS_{i,t}$	marginal propensity to save for domestic non-government institution i (in INSDNG)
$MPSSCAL_t$	MPS scaling factor

Variables – cont.

$NFFG_t$	net foreign financing of government (FCU)
$NFF_{i,t}$	net foreign financing for non-government institution i (in INSDNG) (FCU)
$PA_{a,t}$	output price for activity a
$PDD_{c,t}$	demand price for commodity c (in C) produced and sold domestically
$PDS_{c,t}$	supply price for commodity c (in C) produced and sold domestically
$PE_{c,t}$	price for export of c (in C) (LCU) (net of export taxes and distribution margin)
$PK_{f,t}$	price (per unit of) of capital stock f
$PM_{c,t}$	price for import of c (in C) (LCU) (includes import tariffs and distribution margin)
$PQ_{c,t}$	composite commodity price for c [includes commodity subsidies, all taxes (including VAT and sales tax), and distribution margins]
$PX_{c,t}$	producer price for commodity c
$PVA_{a,t}$	value-added price for activity a

Variables – cont.

$QA_{a,t}$	level of activity a
$QD_{c,t}$	quantity sold domestically of domestic output c
$QE_{c,t}$	quantity of exports of commodity c (in C)
$QF_{f,a,t}$	quantity demanded of factor f by activity a
$QFINS_{i,f,t}$	endowment of institution i (in INSD) of factor f
$QG_{c,t}$	quantity of government consumption of commodity c
$QGSCAL_t$	government consumption scaling factor
$QH_{c,h,t}$	quantity consumed of commodity c by household h
$QINT_{c,a,t}$	quantity of commodity c as intermediate input to activity a
$QINV_{c,t}$	quantity of investment demand for commodity c (investment by source)
$QINVSCAL_t$	investment scaling factor

Variables – cont.

$QM_{c,t}$	quantity of imports of commodity c (in C)
$QQ_{c,t}$	quantity of composite demand (and supply) of commodity c (in C)
$QT_{c,t}$	quantity of trade and transport services demand for commodity c (in C)
$QX_{c,t}$	quantity of domestic output of commodity c (in C)
$SAVF_t$	foreign savings (FCU)
$SAVG_t$	government savings
$SAV_{i,t}$	savings of domestic non-government institution i (in INSDNG)
$SHIF_{i,f,t}$	share for institution i (in INSD) in the income of factor f
$TFP_{a,t}$	total factor productivity for activity a
$TFPSCAL_t$	scaling of total factor productivity
$TRII_{i,i',t}$	transfers to institution i (in INS) from domestic non-government institution i' (in INSDNG)

Variables – cont.

$UERAT_{f,t}$	unemployment rate for factor f
$WALRAS_t$	variable check on Walras' law (which is satisfied if value is zero)
$WF_{f,t}$	economywide wage of factor f
$WFAVG_{f,t}$	average wage for factor f (in FCAPNG)
$WFDIST_{f,a,t}$	wage distortion factor for factor f in activity a
$YF_{f,t}$	income of factor f
YG_t	government current revenue
$YI_{i,t}$	income of (domestic non-government) institution i (in INSDNG)
$YIF_{i,f,t}$	income of institution i (in INSD) from factor f

Parámetros Letras Latinas

$capcomp_{c,f}$	quantity of commodity c per unit of new capital stock f
$cwts_{c,h}$	weight of commodity c in consumption basket of household h
$depr_{f,t}$	rate of depreciation for capital stock f
$derf_t$	change in foreign reserves (FCU)
$ica_{c,a}$	quantity of intermediate input c per unit of activity a
$icd_{c,c'}$	input of c for trade and transportation per unit of commodity c' produced and sold domestically
$ice_{c,c'}$	transactions input of c per unit of commodity c' export
$icm_{c,c'}$	transactions input of c per unit of commodity c' imports
$mpsbi_{i,t}$	baseline marginal propensity to save for domestic non-gov't institution i (in INSDNG)
$ndfg_t$	net domestic financing to government (indexed to numéraire) (FCU)
$nffg_t$	net foreign financing to government (FCU)
nff_t	net foreign financing to domestic non-government institutions (FCU)

Parámetros Letras Latinas – cont.

$pop_{ac,t}$	population of ac (household h in H or country total)
$pwe_{c,t}$	export price for commodity c (in foreign currency)
$pwm_{c,t}$	import price for commodity c (in foreign currency)
$qdstk_{c,i,t}$	change in stock (inventories) of c for institution i (in INSD)
$qfinsb_{i,f,t}$	endowment for institution i (in INSD) of factor f (in FOTH)
$qgb_{c,t}$	baseline quantity of government consumption of commodity c
$qinvb_{c,t}$	base-year quantity of investment (GFCF) demand for c
$shii_{i,i'}$	share of institution i (in INS) in the income (net of direct taxes and savings) of domestic non-gov't institution i' (in INSDNG)
$sub_{c,d,t}$	rate of subsidy on commodity c (in C) for demander d (in D)
$ta_{a,t}$	rate of tax on gross output value for activity a
$te_{c,t}$	rate of tax on commodity c

Parámetros Letras Latinas – cont.

$tf_{f,t}$	rate of direct tax on factor f
$tfpb_{a,t}$	exogenous component of TFP for activity a
$tm_{c,t}$	rate of import tariff on commodity c
$tq_{c,t}$	rate of sales tax on commodity c
$trnsfr_{ac,i,t}$	transfers from institution i (gov't or rest of world) to ac [where ac is institution i (in INS) or factor f (in F)](LCU if from gov't; FCU if from rest of world)
$ty_{i,t}$	rate of direct tax on domestic non-gov't institution i (in INSDNG)
$ueratb_{f,t}$	exogenous unemployment rate for factor f (not in FUEND)
wfb_f	exogenous economywide wage term for activity-specific factors
$wfdistb_{f,a}$	exogenous activity-specific wage term for mobile factors

Parámetros Letras Griegas

$\beta_{c,h}$	share parameter in LES function for household consumption of commodity c
$\gamma_{c,h}^{min}$	minimum quantity in LES function for household consumption of commodity c
δ_c^{dd}	share parameter for domestic purchases in Armington function for commodity c (top of nest)
δ_c^{ds}	share parameter for domestic sales in CET function for commodity c (top of nest)
δ_c^e	share parameter for exports in CET function for aggregated commodity c (in C) (top of nest)
δ_c^m	share parameter for imports in Armington function for commodity c (top of nest)
$\delta_{f,a}^{va}$	share parameter for factor f in CES VA function for activity a
$\eta_{a,f}^{tfp}$	elasticity of TFP in activity a with respect to gov't capital stock f
η_f^{wf}	elasticity of wage for factor f (in FUEND) with respect to unemployment rate
$\theta_{a,c}$	yield of output c per unit of activity a

Parámetros Letras Griegas – cont.

κ_f	sensitivity of the allocation of new capital for f (in FCAPNG) across activities (in A) to current deviations of activity capital rents from the economywide average
ρ_c^q	exponent in Armington function for commodity c
ρ_a^{va}	exponent in CES VA function for activity a
ρ_c^x	exponent in CET function for commodity c (top of nest)
σ_c^q	elasticity of substitution between supplies of domestic output and imports in Armington function for c (top of nest)
σ_a^{va}	elasticity of substitution between factors in CES VA function of activity a
σ_c^x	elasticity of transformation between domestic sales and exports in CET function for c (top of nest)
φ_c^q	shift parameter in Armington function in which domestic sales and imports of commodity c (in C) are aggregated to composite supply (top of nest)
φ_a^{va}	shift parameter for CES VA function of activity a
φ_c^x	shift parameter in CET function for commodity c (top of nest)

Regla de Cierre Macro en PPT

- Factores
 - capital es inmóvil entre sectores
 - otros factores son móviles entre sectores
- Ahorro e Inversión Privados
 - la inversión se determina por el nivel de ahorro disponible (savings-driven investment)
- Gobierno
 - el presupuesto del gobierno se equilibra con modificaciones de la inversión pública
- Resto del Mundo (Balanza de Pagos)
 - cuenta corriente se equilibra con modificaciones del tipo de cambio real

PRODUCCIÓN Y FACTORES

Producción y Factores

$$QA_{a,t} = TFP_{a,t} \cdot \varphi_a^{va} \left(\sum_{f \in F} \delta_{f,a}^{va} \cdot QF_{f,a,t}^{-\rho_a^{va}} \right)^{\frac{-1}{\rho_a^{va}}} \quad \begin{array}{l} a \in A \\ t \in T \end{array}$$

$$QF_{f,a,t} \quad \begin{array}{l} f \in FVA \\ a \in A \\ t \in T \end{array}$$

$$= \left(\frac{PVA_{a,t}}{WF_{f,t} \cdot WFDIST_{f,a,t}} \right)^{\sigma_a^{va}} \left(\delta_{f,a}^{va} \right)^{\sigma_a^{va}} \left(TFP_{a,t} \cdot \varphi_a^{va} \right)^{\sigma_a^{va}-1} \cdot QA_{a,t}$$

$$WFDIST_{f,a,t} = wfdistb_{f,a} \quad \begin{array}{l} f \in FVA \\ f \in FMOB \\ t \in T \end{array}$$

$$WF_{f,t} = wfb_f \quad \begin{array}{l} f \in FVA \\ f \in FNMOB \\ t \in T \end{array}$$

Producción y Factores – cont.

$$QINT_{c,a,t} = ica_{c,a} \cdot QA_{a,t}$$

$c \in C$
 $a \in A$
 $t \in T$

$$QX_{c,t} = \sum_{a \in A} \theta_{a,c} \cdot QA_{a,t}$$

$c \in C$
 $t \in T$

$$PVA_{a,t} = PA_{a,t}(1 - ta_{a,t}) - \sum_{c \in C} PQ_{c,t} \cdot ica_{c,a}$$

$a \in A$
 $t \in T$

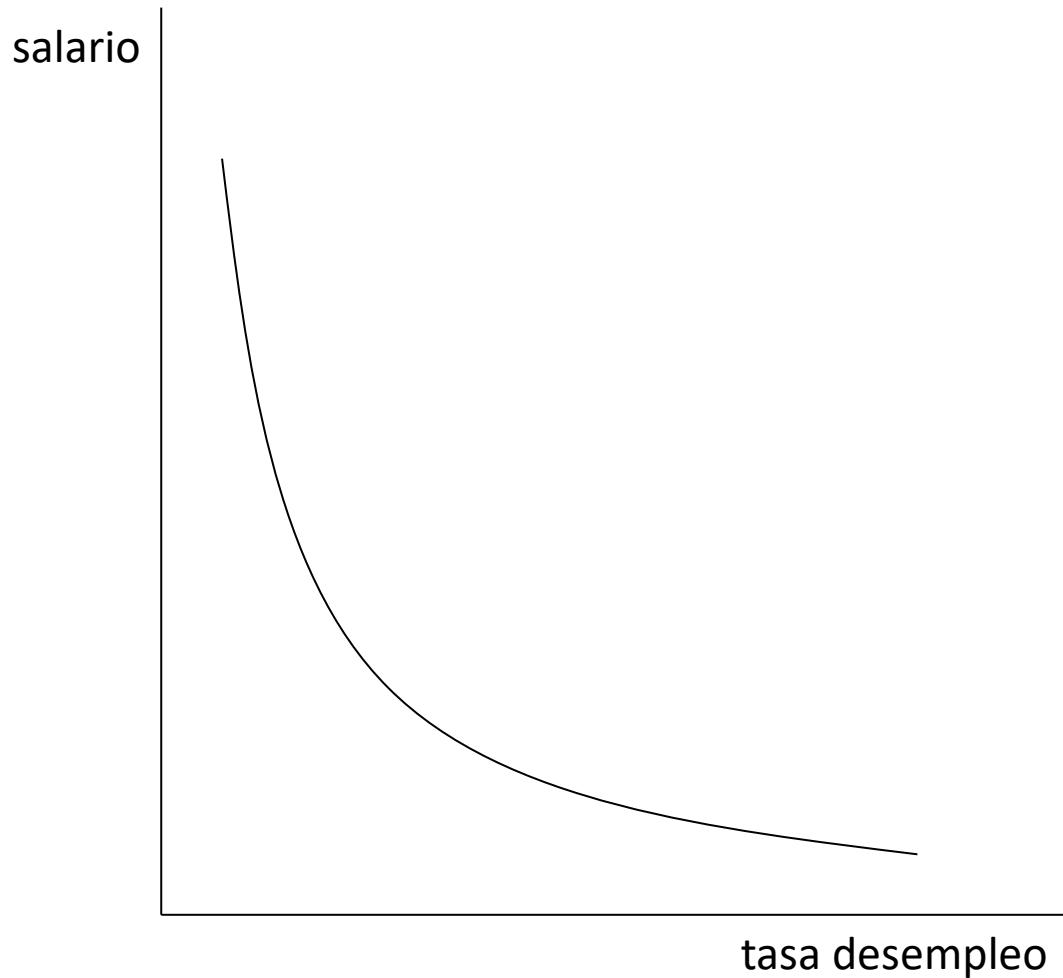
$$PA_{a,t} = \sum_{c \in C} \theta_{a,c} \cdot PX_{c,t}$$

$a \in A$
 $t \in T$

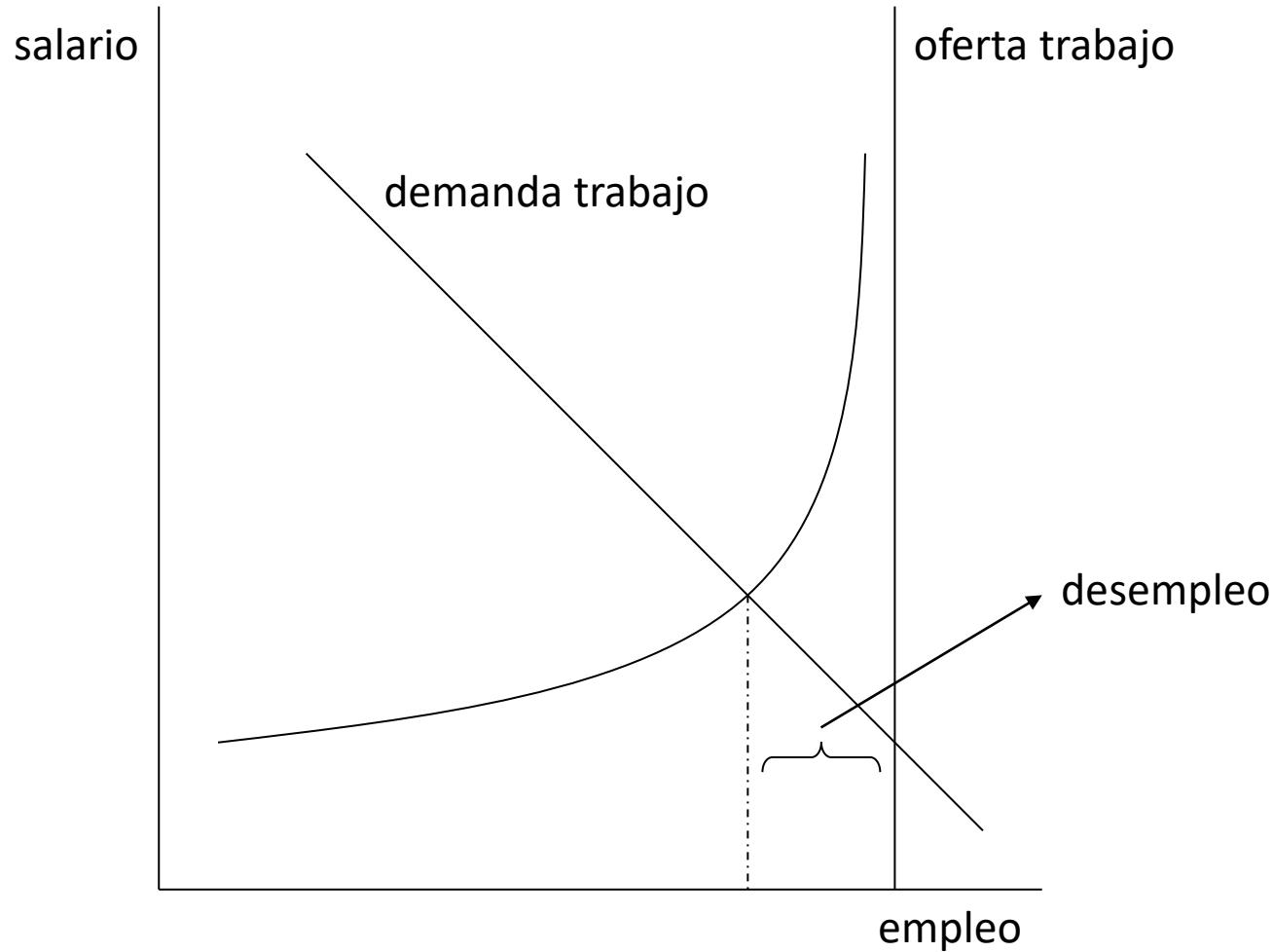
Desempleo

- La curva de salarios (Blanchflower y Oswald, 1994, 2005) captura que “a worker who is employed in an area of high unemployment earns less than an identical individual who works in a region with low joblessness”.
- La relación negativa entre salarios y tasa de desempleo es compatible con la existencia de salarios de eficiencia, sindicatos con poder de negociación, entre otras “historias”.

La Curva de Salarios



El Mercado Laboral



Producción y Factores – cont.

$$\sum_{a \in A} QF_{f,a,t} = \sum_{i \in INS} QFIN S_{i,f,t} (1 - UERAT_{f,t}) \quad \begin{matrix} f \in FVA \\ t \in T \end{matrix}$$

$$WF_{f,t} = WF_f^{00} \left(\frac{\overline{CPI}_t}{CPI^{00}} \right) \left(\frac{UERAT_{f,t}}{UERAT_f^{00}} \right)^{\eta_f^{wf}} \quad \begin{matrix} f \in FVA \\ f \in FUEND \\ t \in T \end{matrix}$$

$$UERAT_{f,t} = ueratb_{f,t} \quad \begin{matrix} f \in FVA \\ f \notin FUEND \\ t \in T \end{matrix}$$

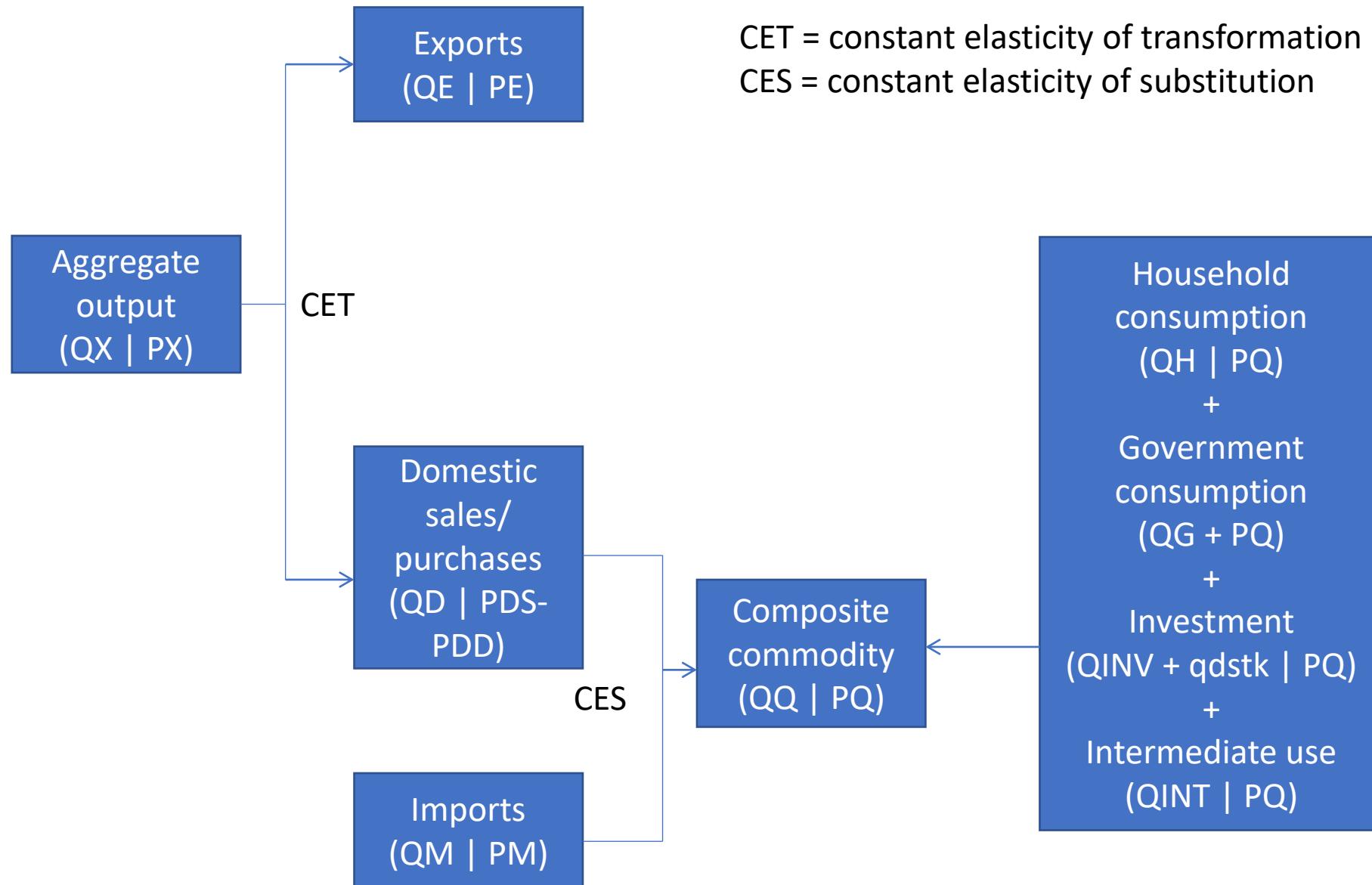
$$YF_{f,t} = \sum_{a \in A} WF_{f,t} \cdot WFDIST_{f,a,t} \cdot QF_{f,a,t} + trnsfr_{f,row,t} \cdot EXR_t \quad \begin{matrix} f \in FVA \\ t \in T \end{matrix}$$

COMERCIO INTERNO E INTERNACIONAL

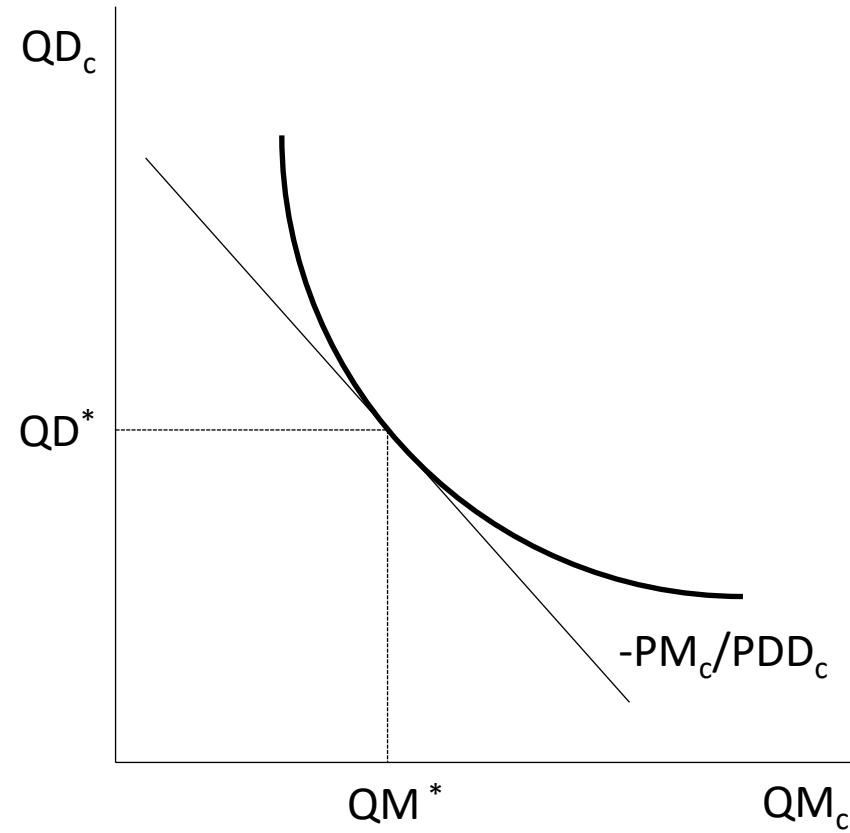
Cantidades y Precios de Productos

- Los precios y cantidades de productos diferenciados según país de origen, país de destino, posición en la cadena de valor, y ajuste por márgenes de distribución
 - producción nacional: QX y PX (precio productor; excluye márgenes)
 - producción nacional vendida/comprada internamente: QD, PDD (precio demanda; incluye márgenes) y PDS (precio oferta; excluye márgenes)
 - importaciones: QM y PM (precio en moneda local; incluye márgenes)
 - exportaciones: QE y PE (precio productor en moneda local; excluye márgenes)
 - oferta compuesta para uso interno proveniente de importaciones y producción nacional: QQ y PQ (incluye márgenes)

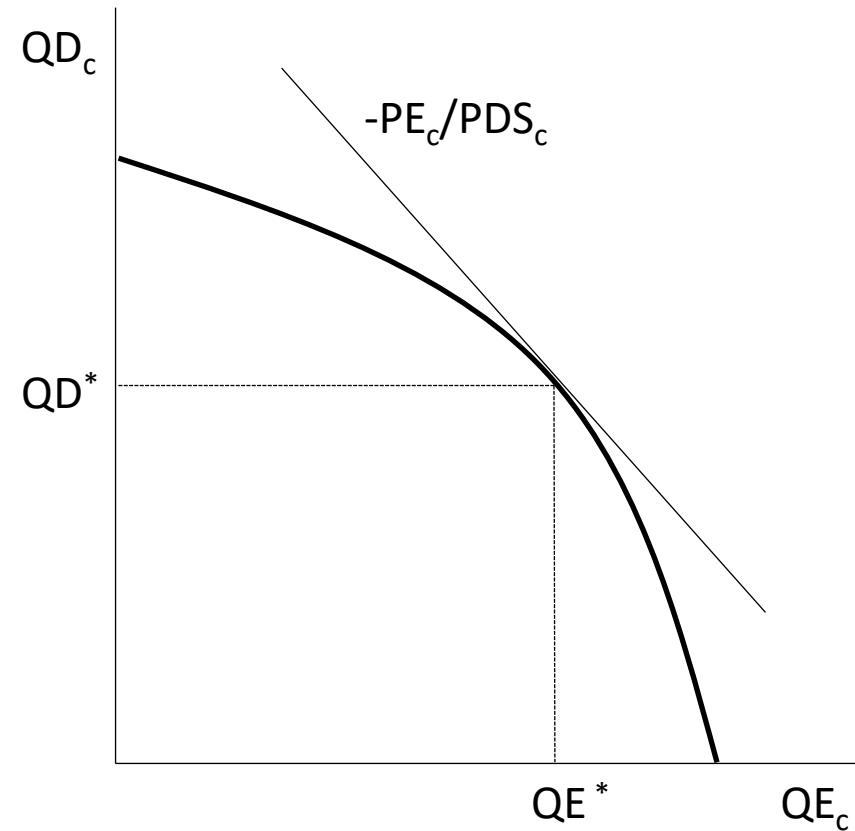
Flujo de Productos



Compras Nacionales e Importaciones



Ventas Nacionales y Exportaciones



Precios: Exportaciones, Importaciones, y Oferta y Demanda Nacionales

$$PE_{c,t} = (1 - te_{c,t})EXR_t \cdot pwe_{c,t} - \sum_{c' \in CT} PQ_{c',t} \cdot ice_{c',c} \quad c \in C \\ t \in T$$

$$PM_{c,t} = (1 + tm_{c,t})EXR_t \cdot pwm_{c,t} + \sum_{c' \in CT} PQ_{c',t} \cdot icm_{c',c} \quad c \in C \\ t \in T$$

$$PDD_{c,t} = PDS_{c,t} + \sum_{c' \in CT} PQ_{c',t} \cdot icd_{c',c} \quad c \in C \\ t \in T$$

Compras Nacionales e Importaciones

$$QQ_{c,t} = \varphi_c^q \left(\delta_c^m \cdot QM_{c,t}^{-\rho_c^q} + \delta_c^{dd} \cdot QD_{c,t}^{-\rho_c^q} \right)^{\frac{-1}{\rho_c^q}} \quad \begin{matrix} c \in C \\ t \in T \end{matrix}$$

$$\frac{QM_{c,t}}{QD_{c,t}} = \left(\frac{PDD_{c,t}}{PM_{c,t}} \cdot \frac{\delta_c^m}{\delta_c^{dd}} \right)^{\sigma_c^q} \quad \begin{matrix} c \in C \\ t \in T \end{matrix}$$

$$\begin{aligned} & PQ_{c,t} \cdot QQ_{c,t} \\ &= (PDD_{c,t} \cdot QD_{c,t} + PM_{c,t} \cdot QM_{c,t})(1 + tq_{c,t})(1 - sub_{c,t}) \end{aligned} \quad \begin{matrix} c \in C \\ t \in T \end{matrix}$$

Ventas Nacionales y Exportaciones

$$QX_{c,t} = \varphi_c^x \left(\delta_c^e \cdot QE_{c,t}^{\rho_c^x} + \delta_c^{ds} \cdot QD_{c,t}^{\rho_c^x} \right)^{\frac{1}{\rho_c^x}} \quad \begin{array}{l} c \in C \\ t \in T \end{array}$$

$$\frac{QE_{c,t}}{QD_{c,t}} = \left(\frac{PE_{c,t}}{PDS_{c,t}} \cdot \frac{\delta_c^{ds}}{\delta_c^e} \right)^{\sigma_c^x} \quad \begin{array}{l} c \in C \\ t \in T \end{array}$$

$$PX_{c,t} \cdot QX_{c,t} = PDS_{c,t} \cdot QD_{c,t} + PE_{c,t} \cdot QE_{c,t} \quad \begin{array}{l} c \in C \\ t \in T \end{array}$$

$$QT_{c,t} = \sum_{c' \in C} (icm_{c,c'} \cdot QM_{c',t} + ice_{c,c'} \cdot QE_{c',t} + icd_{c,c'} \cdot QD_{c',t}) \quad \begin{array}{l} c \in CT \\ t \in T \end{array}$$

PAGOS CORRIENTES INSTITUCIONES NACIONALES

Ingresos Factoriales Instituciones Nacionales

$$SHIF_{i,f,t} = \frac{QFINS_{i,f,t}}{\sum_{i' \in INSD} QFINS_{i',f,t}}$$

$i \in INSD$
 $f \in FVA$
 $t \in T$

$$YIF_{i,f,t} = SHIF_{i,f,t} [YF_{f,t} (1 - tf_{f,t}) - EXR_t \cdot trnsfr_{row,f,t}]$$

$i \in INSD$
 $f \in FVA$
 $t \in T$

Ingresos y Ahorros Instituciones Nacionales No Gobierno (e.g., Hogares)

$$YI_{i,t} = \sum_{f \in FVA} YIF_{i,f,t} + trnsfr_{i,gov,t} \cdot \overline{CPI}_t + trnsfr_{i,raw,t} \cdot EXR_t \quad i \in INSDNG \quad t \in T$$

$$+ \sum_{i' \in INSDNG} TRII_{i,i',t}$$

$$MPS_{i,t} = mpsb_{i,t} \cdot \overline{MPSSCAL}_t \quad i \in INSDNG \quad t \in T$$

$$SAV_{i,t} = MPS_{i,t} (1 - ty_{i,t}) YI_{i,t} \quad i \in INSDNG \quad t \in T$$

$$TRII_{i,i',t} = shii_{i,i'} [(1 - ty_{i',t}) YI_{i',t} - SAV_{i',t}] \quad i \in INS \quad i' \in INSDNG \quad t \in T$$

Consumo Hogares

$$EH_{h,t} = (1 - ty_{h,t})YI_{h,t} - SAV_{h,t} - \sum_{i \in INS} TRII_{i,h,t}$$

$h \in H$
 $t \in T$

$$QH_{c,h,t} = pop_{h,t} \left[\gamma_{c,h}^{min} + \frac{\beta_{c,h}}{PQ_{c,t}} \left(\frac{EH_{h,t}}{pop_{h,t}} - \sum_{c' \in C} PQ_{c',t} \cdot \gamma_{c',h}^{min} \right) \right]$$

$c \in C$
 $h \in H$
 $t \in T$

Ingreso Gobierno

$$\begin{aligned} & YG_t && t \in T \\ = & \sum_{i \in INSDNG} ty_{i,t} \cdot YI_{i,t} + \sum_{f \in F} tf_{f,t} \cdot YF_t + \sum_{a \in A} ta_{a,t} \cdot PA_{a,t} \cdot QA_{a,t} \\ & + \sum_{c \in C} tq_{c,t} \cdot PQ_{c,t} \cdot QQ_{c,t} + \sum_{c \in C} tm_{c,t} \cdot EXR_t \cdot pwm_{c,t} \cdot QM_{c,t} \\ & + \sum_{c \in C} te_{c,t} \cdot EXR_t \cdot pwe_{c,t} \cdot QE_{c,t} + trnsfr_{gov, row, t} \cdot EXR_t \\ & + \sum_{i \in INSDNG} TRII_{gov, i, t} + \sum_{f \in F} YIF_{gov, f, t} \end{aligned}$$

Gasto Gobierno

$$EG_t = \sum_{c \in C} PQ_{c,t} \cdot QG_{c,t} + \sum_{i \in INSDNG} trnsfr_{i,gov,t} \cdot \overline{CPI}_t + trnsfr_{row,gov,t} \cdot EXR_t + \sum_{c \in C} subc_{c,t} (1 + tq_{c,t}) PQ_{c,t} \cdot QQ_{c,t} \quad t \in T$$

$$QG_{c,t} = qgb_{c,t} \cdot \overline{QGSCAL}_t \quad c \in C \\ t \in T$$

INVERSIÓN, CONDICIONES DE EQUILIBRIO Y NUMERARIO

Inversión por Origen

$$INVG_t = (YG_t - EG_t) + ndfg_t \cdot \overline{CPI}_t + nffg_t \cdot EXR_t \quad t \in T$$

$$INV_t = \sum_{i \in INSDNG} SAV_{i,t} + nfft \cdot EXR_t - (ndfg_t \cdot \overline{CPI}_t + drft \cdot EXR_t) \quad i \in INSDNG \\ t \in T$$

$$PK_{f,t} = \sum_{c \in C} PQ_{c,t} \cdot capcomp_{c,f} \quad f \in FCAP \\ t \in T$$

Inversión por Origen – cont.

$$DKINS_{gov,f,t} \cdot PK_{f,t} = INV_G_t - \sum_{c \in C} PQ_{c,t} \cdot qdstk_{c,gov,t} \quad f \in FCAPG \\ t \in T$$

$$DKINS_{ngov,f,t} \cdot PK_{f,t} = INV_t - \sum_{c \in C} PQ_{c,t} \cdot qdstk_{c,i,t} \quad i \in INSDNG \\ f \in FCAPNG \\ t \in T$$

$$DKINS_{row,f,t} \cdot PK_{f,t} = invf_{row,f,t} \cdot EXR_t \quad f \in FCAPNG \\ t \in T$$

$$QINV_{c,t} = \sum_{i \in INS} \sum_{f \in FCAP} capcomp_{c,f} \cdot DKINS_{i,f,t} \quad c \in C \\ t \in T$$

Stocks de Factores Instituciones

$$QFINS_{i,f,t} = QFINS_{i,f,t-1}(1 - depr_f) + DKINS_{i,f,t-1}$$

$i \in INSD$
 $f \in FCAP$
 $t \in T$
 $t \notin TMIN$

$$QFINS_{i,f,t} = qfinsb_{i,f,t}$$

$i \in INSD$
 $f \in FNCAP$
 $t \in T$

Tratamiento Inversión/Capital

- El modelo identifica tres tipos de inversión/capital:
 - inversión no gobierno (privada/empresas públicas) con asignación endógena entre uno o más sectores (INVNG); cada cuenta inversión vinculada con un único tipo de capital
 - inversión gobierno en sectores públicos de provisión gratuita; e.g., infraestructura pública; inversión es variable política (INVG); capital no remunerado
 - inversión no gobierno (privada/empresas públicas) con asignación exógena entre uno o más sectores (INVNG); cada cuenta inversión vinculada con un único tipo de capital

Infraestructura y Productividad Total de los Factores (PTF)

- El modelo permite suponer que los stocks de infraestructura pública impactan positivamente sobre la PTF sectorial
 - e.g., carreteras, infraestructura de riego en agricultura, etc.
- La relación se introduce de manera ad-hoc pero existe evidencia empírica para diversos países que la sustenta.

$$QA_{a,t} = \varphi_a^{va} \left(\sum_{f \in F} \delta_{f,a}^{va} \cdot QF_{f,a,t}^{-\rho_a^{va}} \right)^{\frac{-1}{\rho_a^{va}}} + \sum_{f \in FCAP} mpk_{a,f,t} \left(\sum_{i \in INS} QFIN S_{i,f,t} - \sum_{i \in INS} QFIN S_{i,f,t}^0 \right)$$

$a \in A$
 $t \in T$

Dinámica; Inversión Privada por Destino

- El modelo dinámico requiere determinar cómo se asigna entre sectores el nuevo capital; es decir, la inversión.
- En nuestro caso, se asigna en base a rentabilidades relativas. Los sectores con rentabilidad superior al promedio reciben una proporción mayor del nuevo capital.
- Además, se supone que, una vez instalado, el capital se vuelve inmóvil – la tasa de retorno al capital puede variar entre actividades.

Inversión por Destino

$$WFAVG_{f,t} = \frac{\sum_{a \in A} WF_{f,t} \cdot WFDIST_{f,a,t} \cdot QF_{f,a,t}}{\sum_{a \in A} QF_{f,a,t}}$$
$$f \in FCAPNG$$
$$t \in T$$

$$DKA_{f,a,t} = \left(\sum_{i \in INSNG} DKINS_{f,i,t} \right) \left(\frac{QF_{f,a,t}}{\sum_{a' \in A} QF_{f,a',t}} \right)$$
$$f \in FCAPNG$$
$$a \in A$$
$$t \in T$$

$$\left(1 + \kappa_f \left(\frac{WF_{f,t} \cdot WFDIST_{f,a,t}}{WFAG_{f,a,t}} - 1 \right) \right)$$

$$QF_{f,a,t} = QF_{f,a,t-1} (1 - depr_f) + DKA_{f,a,t-1}$$
$$f \in FCAPNG$$
$$a \in A$$
$$t \in T$$
$$t \notin TMIN$$

Equilibrio Mercados Productos

$$\begin{aligned} & QQ_{c,t} \\ &= \sum_{h \in H} QH_{c,h,t} + \sum_{a \in A} QINT_{c,a,t} + QINV_{c,t} + QG_{c,t} + QT_{c,t} \\ &+ \sum_{i \in INSD} qdstk_{c,i,t} \end{aligned}$$

$c \in C$
 $t \in T$

Balanza de Pagos e IPC

$$\begin{aligned} & \sum_{c \in C} pwe_{c,t} \cdot QE_{c,t} + \sum_{i \in INSD} trnsfr_{i,row,t} + \sum_{i \in F} trnsfr_{f,row,t} + SAVF_t \\ &= \sum_{c \in C} pwm_{c,t} \cdot QM_{c,t} + trnsfr_{row,gov,t} + \frac{\sum_{i \in INSDNG} TRII_{row,i,t}}{EXR_t} \\ &+ \sum_{f \in F} trnsfr_{row,f,t} \end{aligned} \quad t \in T$$

$$SAVF_t = nfft_t + nffg_t + \sum_{f \in FCAPNG} invf_{row,f,t} - drf_t + WALRAS_t \quad t \in T$$

$$\overline{CPI}_t = \sum_{c \in C} PQ_{c,t} \cdot cwtsc_c \quad t \in T$$

Simulaciones

- En modelos dinámicos los shocks se introducen a partir del año base + 1.
- Así, en todos los escenarios el primer año de simulación replica la información de la MCS.
- En caso de utilizar el modelo en “modo estático”, los shocks deben introducirse para el año base.

El Escenario de Referencia

- El escenario de referencia puede generarse bajo dos alternativas de “calibración dinámica”
 - suponiendo que la economía se encuentra en una senda de crecimiento balanceado
 - todas las cantidades crecen a la misma tasa
 - los precios relativos no se modifican
 - imponiendo tasas de crecimiento para varias variables exógenas (población, dotaciones factoriales, consumo público, etc.)

El Escenario de Referencia – cont.

- En el segundo caso, la TFP se hace endógena a fin de generar el escenario de referencia.
- Luego, en las simulaciones el componente exógeno de la TFP se “fija” en los valores obtenidos en la calibración dinámica al tiempo que el PBI se vuelve endógeno.

Referencias

- Las referencias sobre IEEM hasta 2021 pueden consultarse en <https://openieem.iadb.org/#/library>.